

# Modélisation d'un réseau de type SSH avec double excitation Laser

Vachon Victor

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction au projet</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Description du Modèle</b>	<b>2</b>
2.1	Chaîne Atomique et Couplages . . . . .	2
2.2	Bande d'énergie . . . . .	2
2.3	Bandes dans le Modèle SSH . . . . .	3
2.4	Modèle théorique . . . . .	3
2.5	Calcul des bandes . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Analyse des motifs interférences des bandes d'Énergie</b>	<b>5</b>
3.1	Notation . . . . .	5
3.2	Position des Bandes en Fréquence . . . . .	6
3.3	Symétrie des interférences entre les lasers . . . . .	7
3.3.1	Type d'Interférence 1 : Bande inférieure <i>et</i> Bande supérieure . . . . .	7
3.3.2	Type d'Interférence 2 : Lasers sur le Même Type de Bande et de Site . . . . .	8
3.3.3	Type d'Interférence 3 : Lasers sur le Même Type de Bande mais Sites Différents ( <i>A</i> et <i>B</i> ) . . . . .	9
3.4	Analyse des Interférences . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Analyse de l'intensité des interférences</b>	<b>12</b>
4.1	Isolation du Spectre d'Interférence . . . . .	12
4.2	Définition d'une métrique appropriée . . . . .	13
4.3	Analyse des résultats . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>20</b>

## 1 Introduction au projet

Dans ce projet de recherche, nous avons souhaité étudier la dynamique produite par deux lasers dans des modèles couramment explorés au laboratoire d'optique quantique de l'Université. Plus précisément, ces recherches portent sur des dispositifs capables de reproduire, en dimension synthétique, le comportement de certains matériaux cristallins. La particularité ici est que ces modèles sont construits en dimension synthétique qui repose sur le principe de prendre un *ensemble d'états* (par exemple, des modes d'une cavité ou des niveaux d'énergie) et à les *représenter* comme s'il s'agissait de *positions spatiales* le long d'une chaîne ou d'un axe. On met ensuite en place des **contrôles** (comme des couplages laser ou des champs électromagnétiques) qui simulent les règles de déplacement d'une particule dans ce nouvel «espace». Ainsi, même si cette dimension n'est pas *réellement* spatiale, on peut y *faire circuler* une excitation (électron, photon, etc.) d'un état à un autre comme si elle se déplaçait dans un réseau. L'intérêt est de manipuler la géométrie et les propriétés de transport dans un domaine artificiel, tout en gardant une analogie claire avec un système physique «classique». Dans notre cas, la position d'un laser le long d'une chaîne atomique est associée à la fréquence du laser dans une cavité résonnant sur des modes bien définis. Ainsi, au lieu de représenter chaque site

par une coordonnée spatiale, on exploite la fréquence du laser pour « indexer » les sites de façon équivalente. Cette perspective unifie excitation spatiale et excitation fréquentielle : adresser un site revient alors à sélectionner une certaine fréquence.

Pour modéliser cette chaîne atomique, nous nous appuyons sur un Hamiltonien avec des couplages inspiré du modèle de Su-Schrieffer-Heeger (SSH). Dans ce modèle, deux valeurs de couplage  $v_1$  et  $v_2$  se succèdent périodiquement, entraînant la formation de bandes d'énergie séparées par un gap. Le SSH est un modèle topologique bien connu, composé de deux sous-réseaux ( $A, B$ ). Il peut néanmoins être enrichi en introduisant des termes de couplage plus lointains, donnant lieu à des structures plus complexes.

En pratique, on utilise souvent un laser unique pour exciter ce système, mais lorsqu'un deuxième laser est présent, leur interaction simultanée peut générer des interférences que nous souhaitons étudier ici. Notre objectif principal est de comprendre comment ces interférences se forment et se manifestent dans le système, en tenant compte des symétries qui sous-tendent les interactions, et de voir dans quelle mesure une simulation numérique parvient à capturer ces phénomènes – sachant qu'il peut s'avérer difficile de les analyser uniquement de façon théorique.

Le rapport s'organise comme suit : nous débutons par décrire le modèle et le rôle des bandes d'énergie, qui constituent le cadre essentiel de notre analyse. Nous discutons ensuite des différents types de configurations permettant de placer les deux lasers dans le système et mettons en évidence les symétries qui peuvent en résulter. Enfin, nous nous concentrons sur la méthode permettant de quantifier la force de l'interaction entre ces deux lasers en fonction de la distance séparant les sites qu'ils excitent, tout en explorant plusieurs variantes de couplage au sein du modèle.

## 2 Description du Modèle

### 2.1 Chaîne Atomique et Couplages

Pour décrire le système, nous considérons une *chaîne linéaire* de  $n$  sites atomiques. Chaque paire de sites adjacents est reliée par un couplage dont la valeur alterne entre deux amplitudes distinctes, notées  $v_1$  et  $v_2$ . Cette modulation périodique des couplages crée une structure dite de *Su-Schrieffer-Heeger* (SSH), du nom du modèle physique qui la caractérise. Dans ce modèle, la chaîne peut être vue comme une succession de « liaisons fortes et faibles » se répétant le long du réseau.

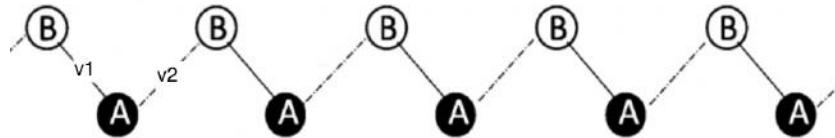


FIGURE 1 – Schéma d'une chaîne SSH présentant des couplages alternés  $v_1$  et  $v_2$  entre sites adjacents.

Dans le contexte du projet, ce modèle servira de base pour étudier les phénomènes d'interférence induits par l'introduction de deux lasers excitant la chaîne. Comme indiqué dans l'introduction, il existe plusieurs façons de l'envisager : on peut le décrire comme une chaîne d'atomes reliés par des liaisons chimiques, comme un ensemble de modes couplés dans une cavité optique (dimension synthétique), ou encore comme une suite d'oscillateurs mécaniques (p.ex. des pendules connectés par des ressorts). Toutes ces analogies sont valides dans certaines limites et renvoient à des principes dynamiques similaires. Dans ce rapport, nous emploierons, de manière interchangeable, la notion de position du laser dans la chaîne atomique et celle de fréquence du laser dans la cavité, en choisissant l'une ou l'autre selon ce qui facilite le mieux l'intuition ou la présentation des concepts à l'étude.

### 2.2 Bande d'énergie

En physique des solides, une **bande d'énergie** est un intervalle continu d'énergies permises pour les électrons dans un matériau. Cette notion émerge du comportement collectif des atomes lorsqu'ils sont arrangés périodiquement dans un cristal. Les orbitales atomiques se combinent pour former des *bandes* d'énergies permises et des *bandes interdites* (gaps) où aucune énergie électronique n'est permise.

Plus précisément, lorsque les atomes sont isolés, leurs niveaux d'énergie électroniques sont discrets. Cependant, dans un cristal, les interactions entre les atomes provoquent un élargissement de ces niveaux discrets en bandes continues

en raison du principe d'exclusion de Pauli et du recouvrement des orbitales électroniques. Plus le recouvrement est important, plus les bandes sont larges.

On distingue deux types de bande :

- **Bande de Valence** : La bande d'énergie la plus haute qui est complètement remplie d'électrons à température nulle.
- **Bande de Conduction** : La bande d'énergie immédiatement supérieure à la bande de valence, généralement vide à température nulle.
- **Gap Énergétique** : L'intervalle d'énergie entre la bande de valence et la bande de conduction où aucun état électronique n'existe.

## 2.3 Bandes dans le Modèle SSH

Dans le modèle SSH, les bandes émergent de la modulation périodique des couplages entre les sites atomiques. Les couplages alternés  $v_1$  et  $v_2$  entraînent la formation de deux sous-réseaux ( $A$  et  $B$ ) et, par conséquent, de deux bandes distinctes.

Ainsi, les électrons (ou photons dans un système optique) peuvent se déplacer le long de la chaîne en sautant d'un site à un autre. Les couplages alternés créent des différences d'énergie potentielles qui modulent la probabilité de saut, ce qui se traduit par la formation de bandes d'énergie.

La modulation périodique des couplages dans la chaîne atomique est essentielle pour la formation des bandes. Physiquement, cela se traduit par la résolution de l'Hamiltonien pour le système. **Les bandes apparaissent comme des solutions permises pour les énergies des modes du système.**

## 2.4 Modèle théorique

Nous considérons un système soumis à deux lasers de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Ces lasers induisent des forces supplémentaires dans le système modifiant le potentiel dépendant du temps :

$$V(t) = F_1 e^{-i\omega_1 t} + F_2 e^{-i\omega_2 t}, \quad (1)$$

où  $F_1$  et  $F_2$  représentent les amplitudes induites par les deux lasers.

L'équation de Schrödinger dépendant du temps pour ce système s'écrit :

$$i\hbar \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = H_{\text{SSH}} \psi(t) - i\frac{\gamma}{2} \psi(t) + F_1 e^{-i\omega_1 t} + F_2 e^{-i\omega_2 t}. \quad (2)$$

Cette équation décrit un système ouvert, c'est-à-dire en interaction avec un environnement : l'énergie (ou les particules) peut entrer ou sortir du système. Le terme de dissipation  $-i\frac{\gamma}{2}$  modélise l'absorption, la fuite hors d'une cavité ou d'autres processus inélastiques, tandis que les termes  $F_1 e^{-i\omega_1 t}$  et  $F_2 e^{-i\omega_2 t}$  représentent l'injection d'énergie (par exemple des photons) dans le système. On appelle souvent ce genre de modèle un système « entretenu-dissipatif ».

On introduit alors l'Hamiltonien effectif :

$$H_{\text{eff}} = H_{\text{SSH}} - i\frac{\gamma}{2} I,$$

ce qui nous permet de réécrire l'équation de Schrödinger sous la forme :

$$i\hbar \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = H_{\text{eff}} \psi(t) + F_1 e^{-i\omega_1 t} + F_2 e^{-i\omega_2 t}. \quad (3)$$

Pour résoudre cette équation, nous cherchons à éliminer les termes oscillants en exprimant l'état quantique comme une somme de contributions oscillant à différentes fréquences. Cette approche se justifie par la linéarité de l'équation de Schrödinger. Nous choisissons donc :

$$\psi(t) = \chi_1(t) e^{-i\omega_1 t} + \chi_2(t) e^{-i\omega_2 t}. \quad (4)$$

---

1. L'Hamiltonien  $H_{\text{SSH}}$  ne sera pas détaillé ici. Pour plus d'informations sur ce modèle (Su–Schrieffer–Heeger) et sa résolution par matrices, on pourra se référer à la référence [1], qui explique clairement la méthode utilisée dans la simulation numérique.

1.  $\chi_1(t)$  décrit la partie de l'état quantique qui évolue en résonance avec le laser de fréquence  $\omega_1$ .
2.  $\chi_2(t)$  décrit la partie de l'état quantique en résonance avec le laser de fréquence  $\omega_2$ .

En substituant cette forme dans l'équation de Schrödinger et en regroupant les termes selon les fréquences, on obtient deux équations indépendantes :

$$i\hbar \frac{\partial \chi_1(t)}{\partial t} = (H_{\text{eff}} - \hbar\omega_1 I) \chi_1(t) + F_1, \quad (5)$$

$$i\hbar \frac{\partial \chi_2(t)}{\partial t} = (H_{\text{eff}} - \hbar\omega_2 I) \chi_2(t) + F_2. \quad (6)$$

On s'intéresse alors à l'état stationnaire, c'est-à-dire à la solution de long terme, où les dérivées temporelles s'annulent. Ce régime stationnaire permettra de réduire les équations à deux équations aux valeurs propres dont la résolution fournira la réponse du système à chacun des deux lasers.

### Exemple simple : système SSH avec $n = 2$

Pour illustrer concrètement, prenons le cas d'une chaîne SSH courte composée de 4 sites (soit 2 mailles). On note les sites  $A_1, B_1, A_2, B_2$ . Le Hamiltonien SSH (sans pompage ni perte) s'écrit sous la forme :

$$H_{\text{SSH}} = \begin{pmatrix} 0 & v_1 & 0 & 0 \\ v_1 & 0 & v_2 & 0 \\ 0 & v_2 & 0 & v_1 \\ 0 & 0 & v_1 & 0 \end{pmatrix},$$

où  $v_1$  et  $v_2$  sont les amplitudes de couplage alternées (respectivement intra-site et inter-site).

- $A_1$  est relié à  $B_1$  par  $v_1$ .
- $B_1$  est relié à  $A_2$  par  $v_2$ .
- $A_2$  est relié à  $B_2$  par  $v_1$ .

Les coefficients diagonaux sont nuls si l'on ignore les énergies de site (si on les a fixées à zéro par référence ou si comme **dans notre simulation numérique on considère directement le delta d'énergie laser-site**).

Lorsque l'on ajoute le terme de perte  $-i\frac{\gamma}{2}$ , l'Hamiltonien effectif devient :

$$(H_{\text{SSH}} - i\frac{\gamma}{2}I) = \begin{pmatrix} -i\frac{\gamma}{2} & v_1 & 0 & 0 \\ v_1 & -i\frac{\gamma}{2} & v_2 & 0 \\ 0 & v_2 & -i\frac{\gamma}{2} & v_1 \\ 0 & 0 & v_1 & -i\frac{\gamma}{2} \end{pmatrix}.$$

Pour  $\chi_1$ , on résout explicitement :

$$(H_{\text{SSH}} - i\frac{\gamma}{2}I - \hbar\omega_1 I) \begin{pmatrix} \chi_{1,A_1} \\ \chi_{1,B_1} \\ \chi_{1,A_2} \\ \chi_{1,B_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{1,A_1} \\ F_{1,B_1} \\ F_{1,A_2} \\ F_{1,B_2} \end{pmatrix}.$$

En remplaçant  $H_{\text{SSH}}$ , cela devient :

$$\begin{pmatrix} -i\frac{\gamma}{2} - \hbar\omega_1 & v_1 & 0 & 0 \\ v_1 & -i\frac{\gamma}{2} - \hbar\omega_1 & v_2 & 0 \\ 0 & v_2 & -i\frac{\gamma}{2} - \hbar\omega_1 & v_1 \\ 0 & 0 & v_1 & -i\frac{\gamma}{2} - \hbar\omega_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{1,A_1} \\ \chi_{1,B_1} \\ \chi_{1,A_2} \\ \chi_{1,B_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{1,A_1} \\ F_{1,B_1} \\ F_{1,A_2} \\ F_{1,B_2} \end{pmatrix}.$$

Pour  $\chi_2$ , le système est identique, sauf que  $\hbar\omega_1$  est remplacé par  $\hbar\omega_2$  et  $F_1$  par  $F_2$ . On est alors capable d'obtenir le vecteur  $\chi_1$  et  $\chi_2$  qui décrivent notre système à l'état stationnaire.

## 2.5 Calcul des bandes

Dans la section précédente, nous avons montré que la résolution des équations stationnaires associées à  $\chi_1(t)$  et  $\chi_2(t)$  aboutit à deux problèmes aux valeurs propres distincts. Chaque solution stationnaire fournit ainsi les amplitudes des champs  $\chi_1$  et  $\chi_2$  correspondant à l'action des deux lasers injectés dans le système.

Lorsque ces deux lasers sont présents simultanément, l'intensité totale dans le système est donnée par la superposition de leurs contributions. Plus précisément, l'intensité est proportionnelle au module carré de la somme des amplitudes :

$$I_{\text{total}} = |\chi_1 + \chi_2|^2. \quad (7)$$

D'un point de vue numérique, on calcule souvent cette intensité en sommant les modules carrés sur l'ensemble des sites (ou modes) du réseau. Par exemple, dans notre simulation (Python), on écrit :

```
total_intensity = np.sum(np.abs(chi_1 + chi_2)**2).
```

Ce calcul inclut à la fois les contributions de chacun des lasers et leurs interférences. En effet, le terme  $\chi_1 + \chi_2$  représente la superposition cohérente des champs, dont la phase relative peut conduire à des interférences constructives ou destructives.

Pour analyser comment l'intensité varie en fonction des fréquences des lasers, on procède à un *balayage* fréquentiel. Autrement dit, on fait varier la (ou les) fréquence(s) d'excitation dans un intervalle continu, puis on résout à chaque pas fréquentiel les équations stationnaires afin d'obtenir l'intensité totale.

- *Cas d'un seul laser* : si on ne considère qu'une fréquence  $\omega$ , on peut tracer l'intensité  $I(\omega)$  en fonction de  $\omega$ , on obtient alors des «bandes» en 2D qui montrent les régions d'énergie (ou de fréquence) où l'excitation est forte ou faible.
- *Cas de deux lasers* : la situation devient à deux dimensions de fréquences  $(\omega_1, \omega_2)$ . On peut alors, en principe, construire une représentation 3D de l'intensité  $I(\omega_1, \omega_2)$ . Chaque point  $(\omega_1, \omega_2)$  dans cet espace paramètre correspond à une configuration particulière où les deux lasers excitent le système à ces fréquences.

Cette approche permet de visualiser l'absorption ou la «réponse» du système sur un domaine continu de fréquences : on parle de *bandes* pour souligner le fait que l'intensité n'apparaît pas seulement sous forme de pics discrets, mais s'étale sur des régions plus ou moins continues d'énergie permise.

En pratique, une représentation tridimensionnelle, où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont les axes de coordonnées et où l'intensité est représentée en hauteur, peut être difficile à interpréter directement. **Pour simplifier l'analyse, on choisit souvent de fixer une des fréquences, comme  $\omega_2$ , et de ne balayer que  $\omega_1$ .** Cela permet d'obtenir une coupe bidimensionnelle de la surface tridimensionnelle, ce qui est plus facile à examiner.

Dans ce projet, l'étude des bandes sera au cœur de notre attention puisqu'elles représentent un outil puissant pour visualiser l'interférence causée par les deux lasers. En effet, en comparant la structure de bandes obtenue lorsque seul un laser est présent avec celle obtenue en présence de deux lasers, on peut analyser l'impact de la seconde excitation sur la distribution d'intensité (ou d'occupation) dans le réseau. Par ailleurs, les bandes fournissent des informations sur les propriétés effectives du matériau. En ajustant les paramètres des lasers (fréquence, phase, intensité), il est en théorie possible de contrôler la forme de ces bandes, ce qui pourrait permettre la conception de dispositifs aux propriétés optiques, électroniques ou mécaniques modulables.

## 3 Analyse des motifs interférences des bandes d'Énergie

### 3.1 Notation

Commençons par un point de notation essentielle, puisqu'on va devoir régulièrement et précisément nommer chaque bande du système. Le système présente deux types de bandes d'énergie, associées aux sous-réseaux  $A$  et  $B$  de la chaîne atomique :

- **Bandes  $e_-$**  : Correspondent aux modes liés aux sites  $A$ .
- **Bandes  $e_+$**  : Correspondent aux modes liés aux sites  $B$ .

Ces bandes sont périodiques en fréquence et sont séparées par une énergie de décalage  $w_\delta$ .

### Fréquences Caractéristiques :

Les fréquences caractéristiques du système sont définies comme suit :

- $\omega_{\text{fsr}}$  : Fréquence de résonance libre du système (Free Spectral Range). Elle représente l'espacement en fréquence entre les modes répétés du système.
- $\omega_\delta$  : Décalage de fréquence entre les bandes  $e_-$  et  $e_+$ .

Ainsi, les positions en fréquence des bandes sont données par :

- **Bandes  $e_-$**  : Situées à des fréquences multiples de  $\omega_{\text{fsr}}$ .
- **Bandes  $e_+$**  : Situées à des fréquences multiples de  $\omega_{\text{fsr}}$  décalées de  $\omega_\delta$ , c'est-à-dire à  $\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta$ .

### Largeur des Bandes :

Chaque bande a une largeur en fréquence déterminée par les couplages du système. La largeur de bande est donnée par l'intervalle  $[-V, V]$ , où :

$$V = |v_1 + v_2|$$

Cela signifie que les bandes s'étendent de  $-V$  à  $V$  autour de leur fréquence centrale.

### Lasers dans le système :

Nous introduisons deux lasers pour exciter le système :

- **Laser 1** de fréquence  $\omega_1$  et d'intensité  $I_1$
- **Laser 2** de fréquence  $\omega_2$  et d'intensité  $I_2$

En ajustant les fréquences des lasers, nous pouvons sélectionner quelles bandes ou sous-bandes du système seront excitées.

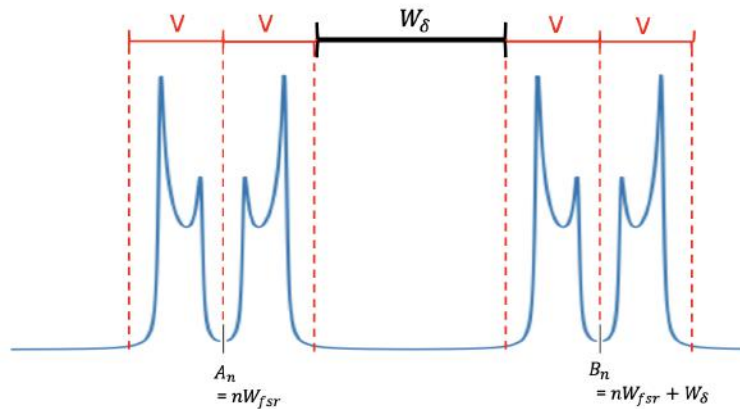


FIGURE 2 – Notation des bandes utilisé dans la suite du rapport.

## 3.2 Position des Bandes en Fréquence

Pour décrire la position des bandes de manière formelle, nous exprimons les fréquences des bandes associées aux sites  $A$  et  $B$ .

## Bandes Associées aux Sites A

- **Bande inférieure du site  $A_n$**  (aussi appelé bande de valence) :

$$\omega \in [n\omega_{\text{fsr}} - V, n\omega_{\text{fsr}}]$$

- **Bande supérieure du site  $A_n$**  (aussi appelé bande de conduction) :

$$\omega \in [n\omega_{\text{fsr}}, n\omega_{\text{fsr}} + V]$$

## Bandes Associées aux Sites B

- **Bande inférieure du site  $B_n$**  (aussi appelé bande de valence) :

$$\omega \in [n\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta - V, n\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta]$$

- **Bande supérieure du site  $B_n$**  (aussi appelé bande de conduction) :

$$\omega \in [n\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta, n\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta + V]$$

Ici,  $n \in Z$  représente le numéro du site dans la chaîne. On pourra dire alors par exemple : la bande de inférieur/supérieur de type A/B du site  $n$ , pour parler d'une bande précisément.

### 3.3 Symétrie des interférences entre les lasers

Les premières simulations montrent que les interférences ne se manifestent que lorsque les deux lasers possèdent chacun une fréquence *à l'intérieur* des bandes d'énergie du système. Cette condition est intuitive : si un laser se trouve hors bande, il n'excite tout simplement pas les modes du réseau, et l'interférence devient nulle.

En second lieu, on constate que la **forme de l'interférence** dépend pas de la *valeur précise* des fréquences mais de *l'identité des bandes* dans lesquelles se situent ces fréquences. Par exemple, si le laser 1 appartient à la bande inférieure associée au site  $A_n$  et le laser 2 à la bande supérieure associée au site  $B_m$ , alors, *pour toute* fréquence située au sein de ces intervalles, le motif d'interférence global reste identique, et seule l'intensité peut varier. Autrement dit, c'est la configuration générale qui gouverne l'interférence, plutôt que le choix de la fréquence exacte dans la bande.

Il s'ensuit qu'il existe un nombre fini de *configurations* pour les deux lasers : chacun peut appartenir à l'une des bandes inférieures ou supérieures, associées au site  $A$  ou au site  $B$  parmi les  $n$  sites disponibles. Cette classification permet de caractériser complètement les symétries d'interférence qui peuvent survenir.

De plus, lors de mes simulations, j'ai remarqué qu'il y avait une redondance des motifs d'interférence et que celle-ci présentait des symétries. J'ai alors pu identifier quatre groupes distincts qui regroupent les différentes configurations possibles des valeurs de  $(\omega_1, \omega_2)$ . Ensemble, ces groupes couvrent l'ensemble de l'espace des fréquences possibles pour  $(\omega_1, \omega_2)$ . Au sein d'un même groupe, les interférences générées sont symétriques, c'est-à-dire que toutes les configurations de  $(\omega_1, \omega_2)$  appartenant à un même groupe produisent exactement les mêmes interférences.

#### 3.3.1 Type d'Interférence 1 : Bande inférieure et Bande supérieure

Dans cette première configuration, le laser 1 de fréquence  $\omega_1$  se trouve dans une *bande inférieure* (par exemple, celle du site  $A_n$  ou  $B_n$ ), tandis que le laser 2 de fréquence  $\omega_2$  se situe dans une *bande supérieure* (celle du site  $A_m$  ou  $B_m$ ). Pour que ce cas se produise, chacun des deux lasers doit ajuster sa fréquence dans les intervalles suivants :

1. Laser 1 sur la bande inférieure du site  $A_n$ , laser 2 sur la bande supérieure du site  $A_m$ .

$$\omega_1 \in [n\omega_{\text{fsr}} - V, n\omega_{\text{fsr}}] \quad \text{et} \quad \omega_2 \in [m\omega_{\text{fsr}}, m\omega_{\text{fsr}} + V],$$

2. Laser 1 sur la bande inférieure du site  $B_n$ , laser 2 sur la bande supérieure du site  $B_m$ .

$$\omega_1 \in [n\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta - V, n\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta] \quad \text{et} \quad \omega_2 \in [m\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta, m\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta + V],$$

3. Laser 1 sur la bande inférieure du site  $A_n$ , laser 2 sur la bande supérieure du site  $B_m$ .

$$\omega_1 \in [n\omega_{\text{fsr}} - V, n\omega_{\text{fsr}}] \quad \text{et} \quad \omega_2 \in [m\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta, m\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta + V],$$

4. Laser 1 sur la bande inférieure du site  $B_n$ , laser 2 sur la bande supérieure du site  $A_m$ .

$$\omega_1 \in [n\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta - V, n\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta] \quad \text{et} \quad \omega_2 \in [m\omega_{\text{fsr}}, m\omega_{\text{fsr}} + V].$$

Ici,  $n$  et  $m$  désignent les indices (entiers) correspondant aux différentes bandes possibles, de sorte que chaque laser peut occuper un intervalle fréquentiel particulier. Visuellement, on peut représenter ces configurations à l'aide des différentes positions que prennent les lasers dans la *bande inférieure* et la *bande supérieure*, comme l'illustre la figure 3.

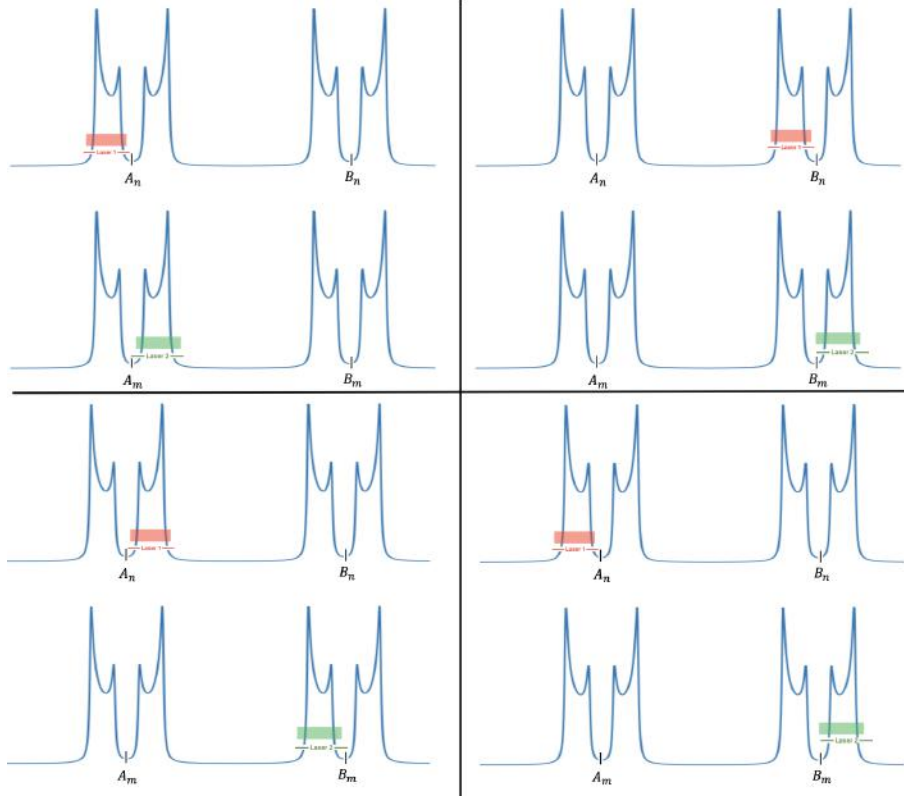


FIGURE 3 – Illustration des placements possibles pour le laser 1 (trait rouge) en bande inférieure et le laser 2 (trait vert) en bande supérieure (et vice versa) sur les sites  $A$  et  $B$ .

Dans cette configuration, il se trouve que l'interférence *n'apparaît pas*, même si les sites  $n$  et  $m$  sont proches voir identique. Physiquement, on pourrait dire que les fonctions d'ondes ne contribuent pas dans l'intégrale **Ce type de configuration représente la moitié des cas d'interférence possible** car il y'a 16 combinaison de positionnement des deux lasers différentes et cette configuration en inclus 8.

### 3.3.2 Type d'Interférence 2 : Lasers sur le Même Type de Bande et de Site

Lorsque les deux lasers sont positionnés à des fréquences situées dans le *même type de bande* (soit tous deux en bande supérieure, soit tous deux en bande inférieure) **et** qu'ils correspondent au même type de site ( $A$  ou  $B$ ), on se retrouve dans une configuration d'interférence symétrique.

Pour décrire cette situation, on peut utiliser la formulation suivante :

$$\omega_1 \in n\omega_{\text{fsr}} \pm [0, V], \quad \omega_2 \in (n \pm r)\omega_{\text{fsr}} \pm [0, V],$$

dans le cas *Type AA*, et

$$\omega_1 \in n\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta \pm [0, V], \quad \omega_2 \in (n \pm r)\omega_{\text{fsr}} + \omega_\delta \pm [0, V],$$

dans le cas *Type BB*.



Ici, le paramètre  $r \in \mathbb{Z}$  correspond à la distance entre les deux sites que les lasers adressent dans la chaîne : plus cette distance est grande, plus les sites sont éloignés. Le symbole « $\pm$ » spécifie la bande inférieure (-) ou supérieure (+). Comme précisé précédemment, la fréquence du laser peut se trouver n'importe où à l'intérieur de l'intervalle  $[0, V]$  (ou  $[-V, 0]$ ), sans que la forme du motif d'interférence change fondamentalement.

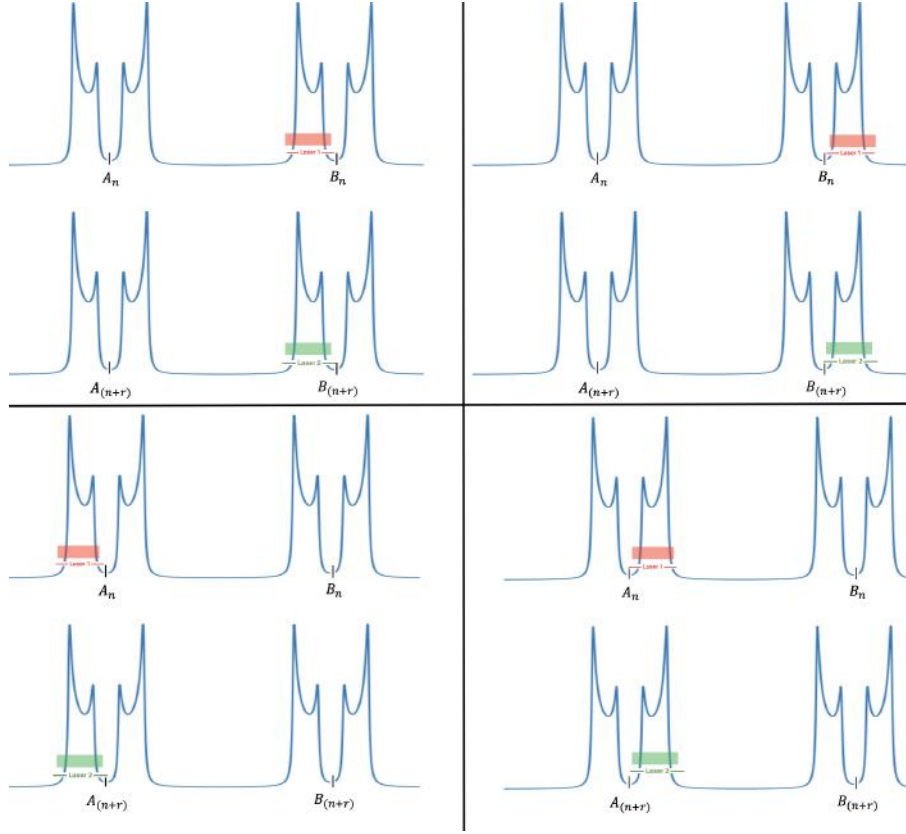


FIGURE 4 – Illustration des placements possibles lorsque les deux lasers occupent la même bande et le même type de site ( $A$  ou  $B$ ).

Ces cas représentent **un quart** des configurations possibles pour les deux lasers. On a une *règle de symétrie* pour ce groupe, dès lors qu'on fixe  $r$  (la distance entre les deux sites choisis), le *motif d'interférence* demeure identique pour tout autre choix de  $n$ . En d'autres termes, peu importe le site particulier  $n$  sur lequel se trouve le premier laser, tant que le second laser est positionné à « $n \pm r$ » dans la même bande et le même sous-réseau ( $A$  ou  $B$ ), le *patron d'interférence* reste le même.

### 3.3.3 Type d'Interférence 3 : Lasers sur le Même Type de Bande mais Sites Différents ( $A$ et $B$ )

Le troisième et dernier type de configuration se produit lorsque les deux lasers se placent sur le *même type de bande* (tous deux dans une bande inférieure ou tous deux dans une bande supérieure), mais *sur des sites distincts* : l'un se trouve dans le sous-réseau  $A$ , l'autre dans le sous-réseau  $B$ . Par comparaison aux deux types précédents, ces configurations sont légèrement plus complexes car elles se déclinent en **quatre sous-groupes**, chacun possédant sa propre symétrie.

**Cas où les lasers occupent des bandes inférieures.** Dans ce scénario, les fréquences des deux lasers sont situées au sein des bandes inférieures, mais l'un est associé au sous-réseau  $A$  et l'autre au sous-réseau  $B$ . On distingue alors :

— **Interférence 3.1 (Type  $AB$ ) :**

$$\begin{cases} w_1 \in nw_{\text{fsr}} - [0, V], \\ w_2 \in (n+r)w_{\text{fsr}} + w_\delta - [0, V], \end{cases}$$

— **Interférence 3.2 (Type BA)** :

$$\begin{cases} w_1 \in nw_{\text{fsr}} + w_\delta - [0, V], \\ w_2 \in (n+r)w_{\text{fsr}} - [0, V]. \end{cases}$$

**Cas où les lasers occupent des bandes supérieures.** De façon analogue, lorsqu'on place les deux lasers dans les bandes supérieures, il demeure deux variantes selon que l'on associe  $A$  à l'un des lasers et  $B$  à l'autre :

— **Interférence 3.3 (Type AB)** :

$$\begin{cases} w_1 \in nw_{\text{fsr}} + [0, V], \\ w_2 \in (n+r)w_{\text{fsr}} + w_\delta + [0, V], \end{cases}$$

— **Interférence 3.4 (Type BA)** :

$$\begin{cases} w_1 \in nw_{\text{fsr}} + w_\delta + [0, V], \\ w_2 \in (n+r)w_{\text{fsr}} + [0, V]. \end{cases}$$

Ces quatre sous-groupes forment ainsi le **dernier quart** des configurations possibles pour placer deux lasers dans le réseau. La figure ci-dessous illustre les positions fréquentielles qui correspondent à ces cas :

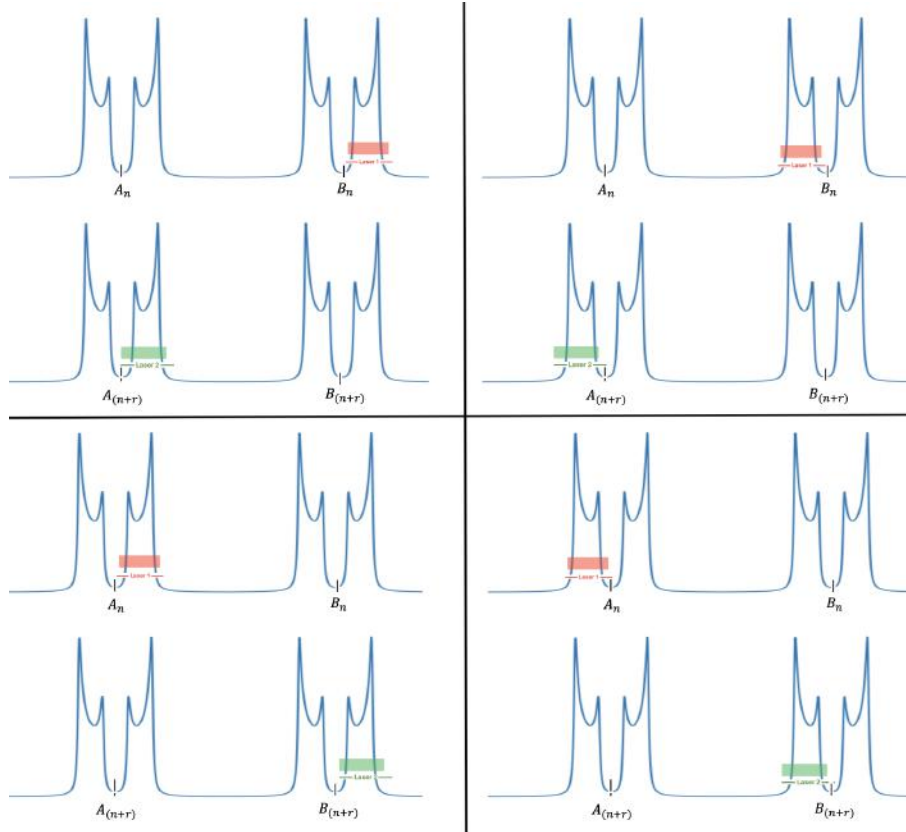


FIGURE 5 – Illustration des placements possibles où les deux lasers se trouvent sur le *même type de bande* (inférieure ou supérieure) mais sur des sites de types différents ( $A$  et  $B$ ).

Un **contraste** notoire apparaît ici par rapport aux deux types de configurations précédentes : chacun des quatre placements de lasers génère des *interférences différentes*. En revanche, pour chacun de ces sous-groupes pris individuellement, *lorsque la distance  $r$  entre les sites est fixée*, on observe que le même motif d'interférence se répète pour tous les index  $n$ .

### 3.4 Analyse des Interférences

Pour mieux appréhender l'ensemble des configurations, il est utile de construire une **carte des interactions** en balayant simultanément les fréquences des deux lasers. L'idée consiste à faire varier la fréquence du laser1 le long

d'un axe et celle du laser2 sur un autre, puis à calculer l'intensité totale pour chaque combinaison de fréquences. On obtient alors un graphique en deux dimensions où l'intensité total est représentée par des couleurs.

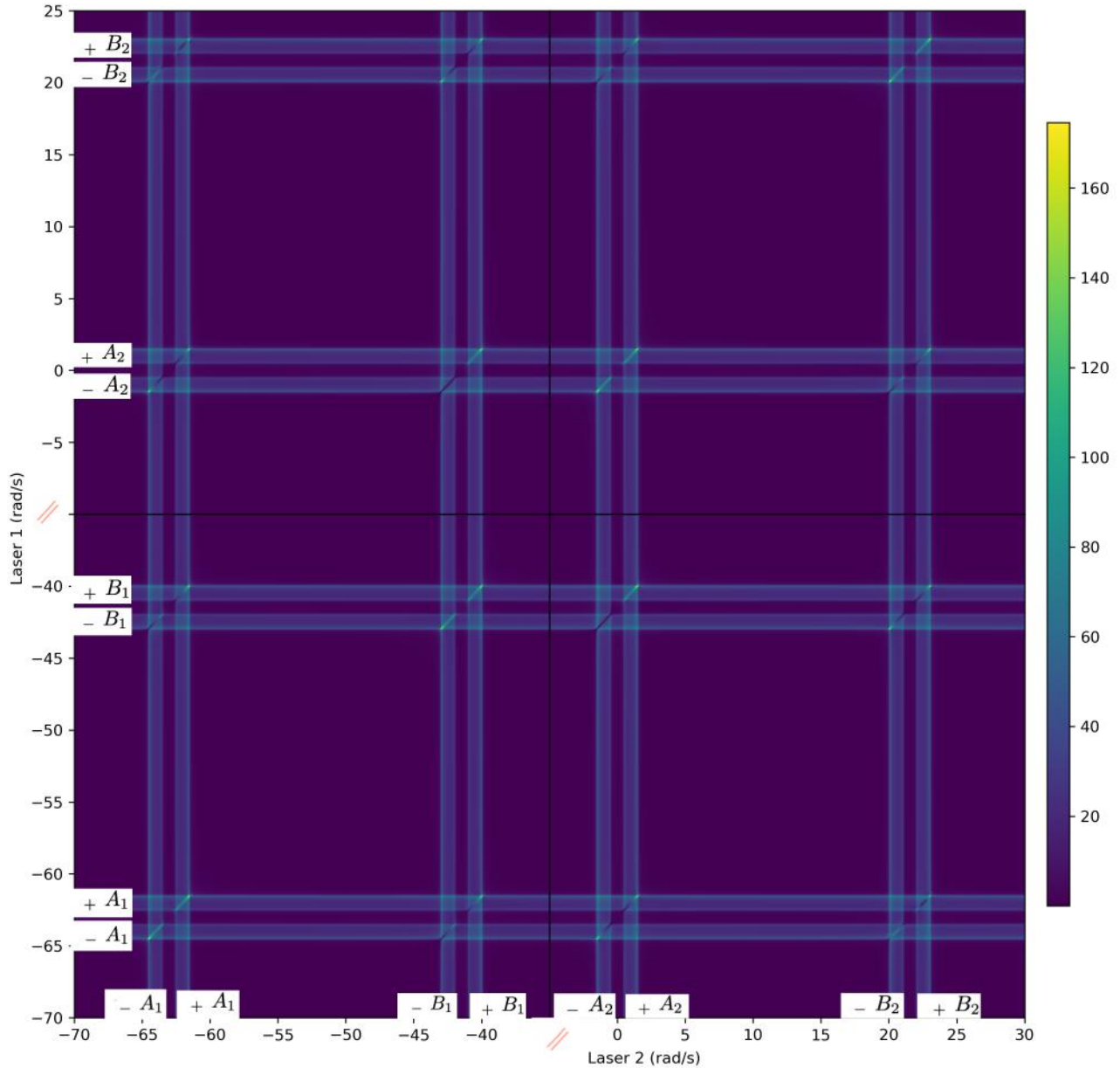


FIGURE 6 – Carte des interactions issue d'un balayage à deux dimensions pour une réseau de petit taille  $n = 2$ . Chaque axe correspond à la fréquence d'un des deux lasers, et les couleurs indiquent le niveau d'intensité mesuré.

La figure ci-dessus montre un exemple typique de carte des interactions sur une plage étendue de fréquences. On y distingue immédiatement des **bandes** horizontales et verticales :

- Les **lignes horizontales** correspondent aux fréquences où le laser1 est en résonance avec une *bande d'énergie* du système, l'intensité augmente.
- Les **lignes verticales** traduisent la même idée, mais pour le laser2 : dès que ce second laser entre en résonance avec une bande, l'intensité augmente.

Les points d'intersection des lignes horizontales et verticales marquent les fréquences où *les deux lasers* se trouvent simultanément dans des bandes d'énergie, déclenchant ainsi *des interférences* particulièrement marquées. C'est là que les phénomènes de superposition constructive ou destructive ont lieu.

Cette carte illustre alors de manière synthétique les symétries et la classification décrites précédemment : chaque intersection correspond à l'un des «types d'interférence» (1,2 ou3) selon la nature des bandes occupées (supérieur/inférieur, sous-réseau  $A/B$ ). Par exemple, on voit sur la figure que, si le laser1 balaie la bande inférieure du site  $A_1$  (ligne horizontale) tandis que le laser2 balaie également la bande inférieure du même site  $A_1$  (ligne verticale), on retrouve l'interférence de *type2* (même type de bande, même type de sous-réseau). On remarque que toutes les intersections analogues (suivre la diagonal) produisent un motif identique, manifestant la symétrie du système vis-à-vis de la position des lasers dans la chaîne.

En parcourant la carte, on observe donc des **régions d'interférence** qui se répètent à des emplacements équivalents. Lorsque deux lignes se croisent, les lasers se trouvent dans une configuration spécifique (par exemple, bande inférieure vs. bande supérieure, ou sous-réseau  $A$  vs.  $B$ ), donnant naissance à une interférence (pic ou un creux, selon la nature de l'interférence) qui ressort sur la carte. Lorsqu'un laser parcourt une bande mais que l'autre non, on remarque bien l'absence totale d'interaction.

Ainsi, la visualisation simultanée de la fréquence des deux lasers fournit non seulement un aperçu global de la manière dont le système se comporte lorsqu'on fait varier ces deux paramètres, mais met également en évidence les symétries et les configurations discutées dans les sections précédentes.

## 4 Analyse de l'intensité des interférences

Dans la première partie de ce travail, j'ai examiné en détail les symétries présentes dans le système. Cette étude reposait essentiellement sur une analyse qualitative des résultats issus de la simulation, étant donné qu'un tel système peut se révéler difficile à aborder théoriquement. L'intérêt de recourir à des simulations numériques se justifiait donc par la complexité du modèle et par la nécessité de tester différentes configurations sans avoir à résoudre analytiquement l'ensemble des équations.

Dans la seconde partie de ce projet, je me suis focalisé sur la manière de quantifier plus précisément l'interférence au sein du système. L'objectif principal est de déterminer à quel point l'interférence peut être forte, c'est-à-dire dans quelle mesure le fait de pomper la chaîne à l'aide de deux fréquences proches (ou au contraire plus éloignées) influe sur l'intensité globale observée. Plus spécifiquement, l'effet des pertes dans l'hamiltonien entraînent une décroissance de type exponentielle de l'intensité de l'interférence lorsque l'écart de fréquences entre les deux lasers devient important. Dans cette simulation, l'idée est de vérifier si ce comportement exponentiel se retrouve bien dans les résultats et, plus encore, de déterminer s'il existe des configurations particulières dans lesquelles on observerait une décroissance s'écartant de la simple exponentielle attendue. En d'autres termes, on souhaite voir dans quelle mesure la présence de termes de couplage spécifiques, ou encore la géométrie du réseau, peuvent engendrer un régime de décroissance différent, potentiellement en puissance, pour l'interférence.

### 4.1 Isolation du Spectre d'Interférence

Tout d'abord, on commence par extraire spécifiquement les interférences, pour cela on soustrait le spectre généré par un seul laser du spectre résultant de deux lasers.

L'idée est qu'en soustrayant ces deux spectres, on obtient :

$$I_{\text{interférence}}(\omega) = I_{\text{double}}(\omega) - I_{\text{simple}}(\omega)$$

qui met en évidence la contribution purement due aux interférences entre les deux sources. Autrement dit, toutes les intensités « de base » (liées au seul laser de référence) se retrouvent soustraites, et il ne reste que la différence due à la présence du second laser.

Pour illustrer l'idée, sur le graphique 7, j'ai superposé trois portions du spectre : à un laser, à deux lasers, puis la différence des deux.

Le troisième,  $I_{\text{interférence}}(\omega)$ , reflète directement l'impact qu'a le deuxième laser sur le système. Les pics positifs indiquent des zones où l'ajout du second laser renforce l'intensité (interférences constructives), tandis que les valeurs négatives signalent une diminution d'intensité due à des interférences destructives. Ici ce que nous intéresse est le *dégré* d'interférence, ainsi on prendra généralement la valeur absolue du spectre.

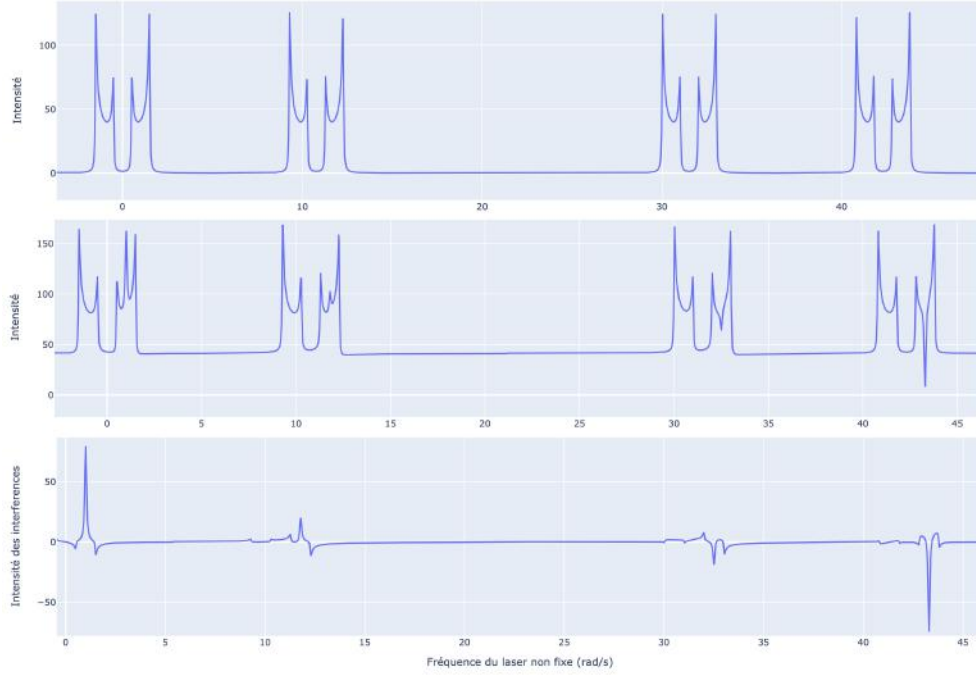


FIGURE 7 – (1) Le spectre avec un seul laser, (2) Le spectre avec deux lasers, (3) La différence (spectre d’interférence).

## 4.2 Définition d’une métrique appropriée

Une fois le spectre d’interférence isolé, il s’agit de déterminer comment quantifier la « force » de cette interférence le long des fréquences. Le spectre est continu et comporte des pics principaux masqués par une multitude d’interférences de faible amplitude. L’objectif étant de mettre en évidence la tendance globale, on utilise alors une métrique fondée sur l’intégration locale de l’intensité d’interférence associée à chaque site du réseau. Cette méthode permet de ramener un spectre complexe à une série de valeurs uniques, chacune reliée à un site particulier décrit à la section 3.2.

Pour être plus précis, nous procédons comme suit :

Le spectre d’interférence est subdivisé en zones, chacune correspondant à un site donné. Sur chacune de ces zones, nous intégrons la valeur absolue de l’intensité d’interférence à travers toutes les fréquences de l’intervalle considéré :

$$R_{\text{interférence},i} = \int_{\text{zone}_i} |I_{\text{interférence}}(\omega)| d\omega. \quad (8)$$

Cette intégrale fournit une mesure de la «force totale» de l’interférence sur le site  $i$ , en atténuant l’impact des oscillations secondaires.

Grâce à cette intégration locale, les interférences secondaires (souvent faibles et distribuées de manière aléatoire) ont tendance à se compenser mutuellement. Seules les contributions dominantes subsistent, faisant ressortir la structure principale de l’interaction.

Finalement, pour chaque site  $i$ , la grandeur  $R_{\text{interférence},i}$  constitue alors un indicateur de la puissance d’interférence. **En associant à chaque site la fréquence centrale de sa zone d’intégration**, on peut représenter sur un graphique l’évolution précise de la force d’interférence en fonction des fréquences. Cette méthode met en évidence les domaines où l’interférence est significative, tout en réduisant la complexité d’un spectre initialement riche en fluctuations.

## 4.3 Analyse des résultats

On dispose désormais d’une méthode robuste pour caractériser l’intensité des interférences en fonction des fréquences. Grâce à cette approche, il devient possible d’étudier différentes configurations de couplage au sein de la

chaîne et d'observer la façon dont l'interférence évolue.

**Cas d'un couplage identique au plus proche voisin :** Dans un premier temps, considérons la situation la plus simple : un réseau où chaque site est uniquement couplé à son plus proche voisin, selon la même amplitude de couplage. La chaîne se présente alors sous la forme schématisée illustrée en figure 8. Dans ce dispositif, on fixe la fréquence du premier laser à  $\omega_1 = 1$  rad/s. Comme discuté précédemment, la valeur de  $\omega_1$  doit se situer à l'intérieur d'une bande pour générer une interférence mesurable; si  $\omega_1$  se trouvait en dehors, l'intensité résultante serait simplement nulle.

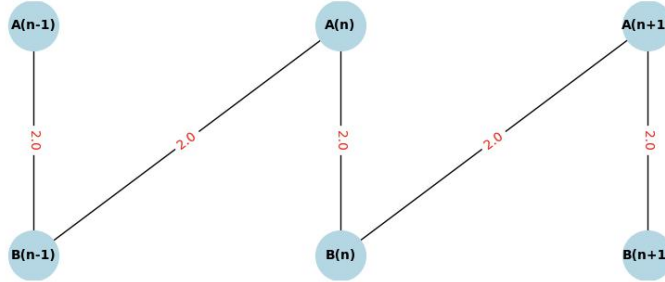


FIGURE 8 – Configuration schématisé d'une chaîne, avec un couplage uniforme au plus proche voisin uniquement.

Le résultat de la simulation, illustré en figure 9, fait ressortir plusieurs observations majeures. D'abord, on constate la présence de trois courbes distinctes, en cohérence avec l'analyse théorique de la première partie : on y avait mis en évidence quatre cas d'interférences possibles entre les différentes bandes, dont l'un reste constamment nul, laissant effectivement trois situations non triviales. Ces trois courbes présentent une décroissance exponentielle de l'intensité lorsque la fréquence  $\omega_2$  du deuxième laser s'éloigne progressivement de la valeur fixe  $\omega_1 = 1$  rad/s. De plus, une symétrie se manifeste de part et d'autre de  $\omega_1$ , indiquant que l'interférence décroît de façon symétrique en s'écartant de la fréquence de référence.

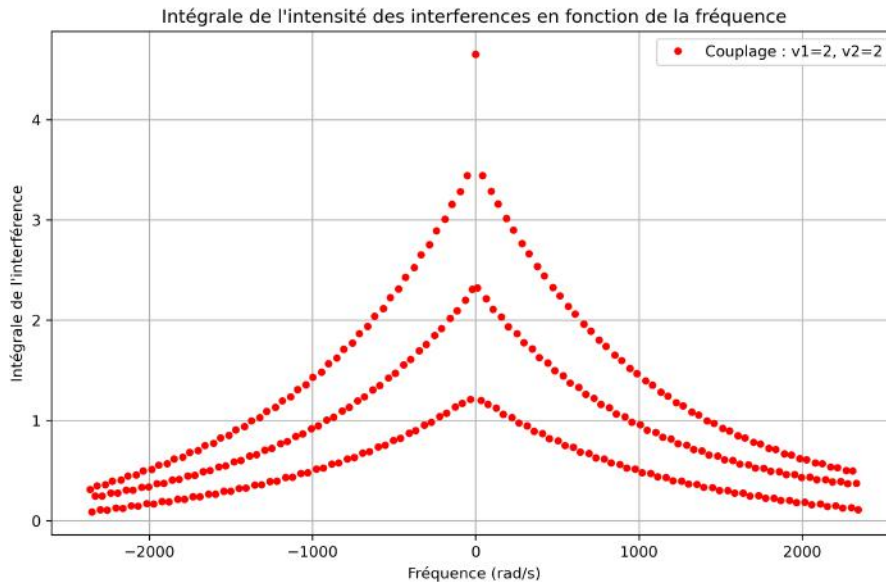


FIGURE 9 – Intensité d'interférence ( $R_{\text{interférence},i}$  8) en fonction de la fréquence du second laser, pour un premier laser fixe à  $\omega_1 = 1$  rad/s et un couplage au plus proche voisin uniquement.

La figure 10 montre ensuite les mêmes données sous différentes échelles, notamment en échelle semi-logarithmique, révélant que l'intensité se conforme à une décroissance exponentielle plutôt qu'à une loi de puissance comme on peut le voir avec les droites sur le graphique semi-logarithmique. Sur un graphique logarithmique-logarithmique, une décroissance en puissance aurait pris la forme d'une droite, ce qui n'est pas le cas ici.

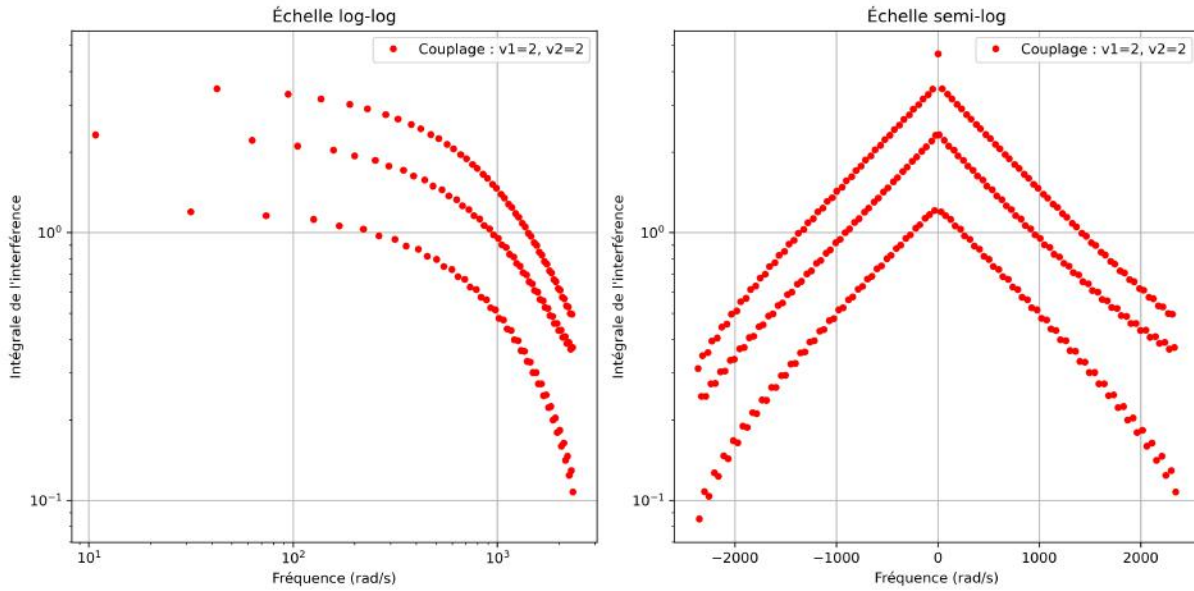


FIGURE 10 – Intensité d’interférence ( $R_{\text{interférence},i}$ ) en fonction de la fréquence du second laser, pour un laser fixe à  $\omega_1 = 1$  rad/s et un couplage au plus proche voisin uniquement en échelle logarithmique-logarithmique et semi-logarithmique.

**Extension à un couplage au troisième voisin :** Afin de complexifier le modèle, on peut introduire un couplage supplémentaire à plus longue portée, par exemple en reliant chaque site au troisième voisin, comme le montre la figure 11. Cette configuration produit des schémas d’interférences différents; toutefois, l’analyse par intégration locale montre que l’on retrouve toujours une décroissance exponentielle au fur et à mesure que la fréquence du deuxième laser s’éloigne de  $\omega_1$ .

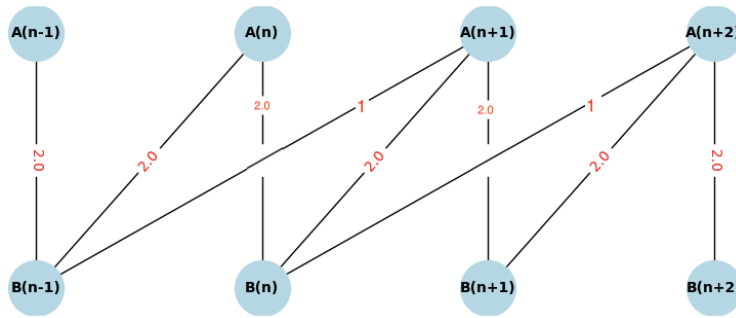


FIGURE 11 – Chaîne avec couplage au plus proche voisin et au troisième voisin.

Le résultat correspondant est présenté en figure 12, on y distingue comme à la simulation précédente la présence de trois types d’interférence (malgré que dans la figure du haut, elles soient difficilement distinguables) qui toutes décroissent de manière exponentielle comme on peut le confirmer avec les droites sur l’échelle semi-logarithmique.

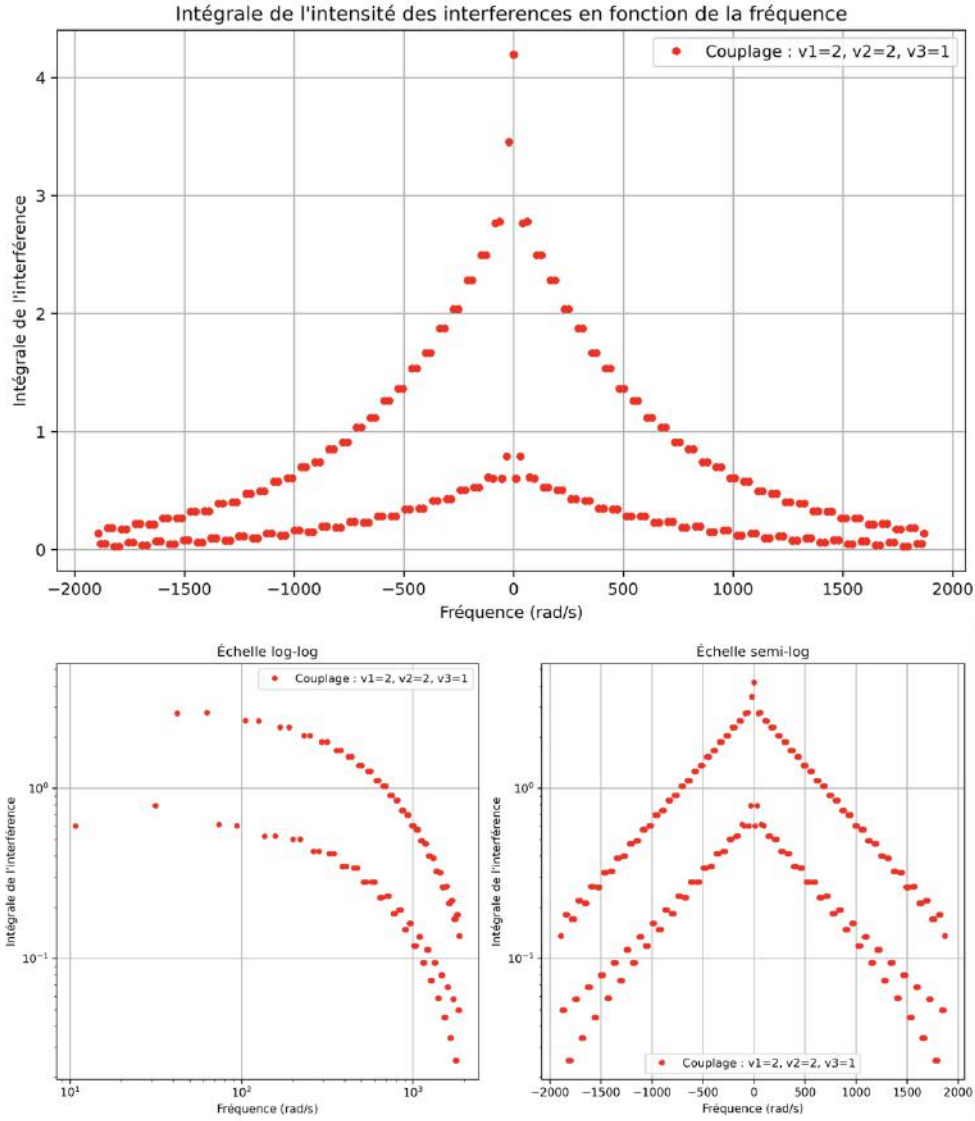


FIGURE 12 – Intensité d’interférence ( $R_{\text{interférence},i}$ ) en fonction de la fréquence du second laser, pour un laser 1 fixe à  $\omega_1 = 1$  rad/s et un couplage au plus proche voisin et au troisième voisin.

Dans les exemples précédents, j’ai choisi des cas particuliers de valeur de couplages très spécifiques, produisant une séparation marquée des types d’interférence et une décroissance exponentielle relativement simple à interpréter. Cependant, dans la plupart des situations, les patrons d’interférence obtenus sont beaucoup plus riches et présentent des oscillations, d’où l’intérêt de ne pas systématiquement prendre la valeur absolue des interférences. Laisser apparaître les interférences constructives et destructives a pour effet de faire ressortir les véritables motifs oscillatoires et permet ainsi d’étudier plus finement les comportements du système.

Comme exemple, considérons le cas simple d’un couplage au plus proche voisin (comme 8) où l’on introduit une alternance entre les couplages forts et faibles, ce qui correspond généralement au modèle SSH traditionnelle. Schématiquement, cette configuration se représente sur la figure 13 où l’on distingue deux liaisons de valeurs différentes (une forte et une faible) qui se répètent le long de la chaîne.



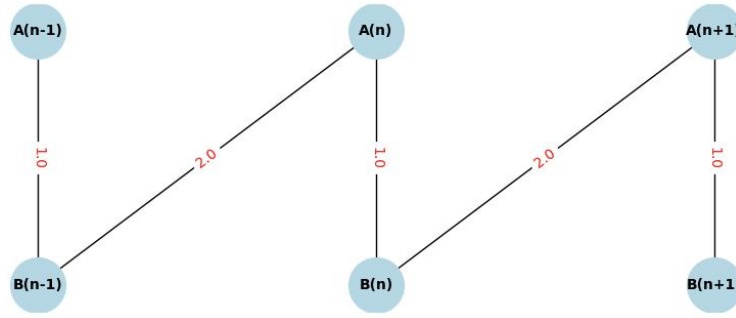


FIGURE 13 –

Une telle configuration, lorsqu'elle est excitée par deux sources laser, va présenter des interférences continues menant à un spectre oscillatoire comme montré en figure 14.

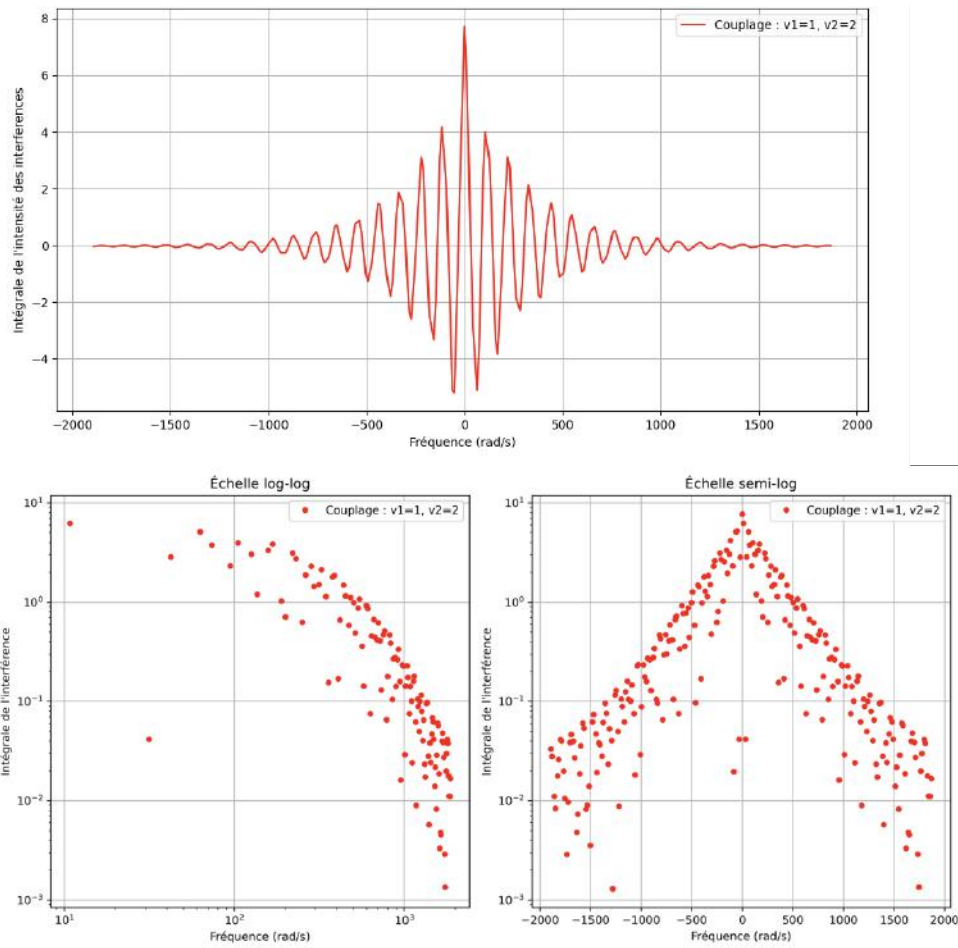


FIGURE 14 – Intensité d'interférence ( $R_{\text{interférence}, i}$ ) en fonction de la fréquence du second laser, pour un laser 1 fixe à  $\omega_1 = 1$  rad/s et un couplage **alternant** au plus proche voisin uniquement.

Dans ce cas, on continue d'observer une décroissance exponentielle en examinant l'enveloppe du signal, mais les oscillations prennent une importance notable dans l'analyse. Sur l'échelle semi-logarithmique, on remarque toujours la présence de droites qui reflètent cette décroissance exponentielle de l'enveloppe, même si de nombreux points apparaissent à l'intérieur de celle-ci due au oscillation.

**Couplages à longue portée :** Après avoir examiné les configurations les plus simples, nous pouvons maintenant aborder l'objectif principal de cette étude : déterminer s'il est possible, avec des couplages spécifiques, de rompre la décroissance exponentielle imposée par le terme de perte et d'obtenir à la place une décroissance de type puissance. Dans nos simulations, cette décroissance exponentielle résulte essentiellement de l'absorption (ou fuite de photons) au sein du système, mais il n'est pas exclu qu'un *réseau de couplages longue portée* puisse modifier ce comportement.

Dans la figure 15, nous illustrons un exemple de configuration associant un couplage au plus proche voisin et un couplage au cinquième voisin. Malgré cette extension, l'enveloppe générale de l'interférence continue de présenter une décroissance exponentielle, mais on remarque que *le pic principal* (lorsque  $\omega_2 = \omega_1$ ) est plus prononcé que dans les cas précédents.

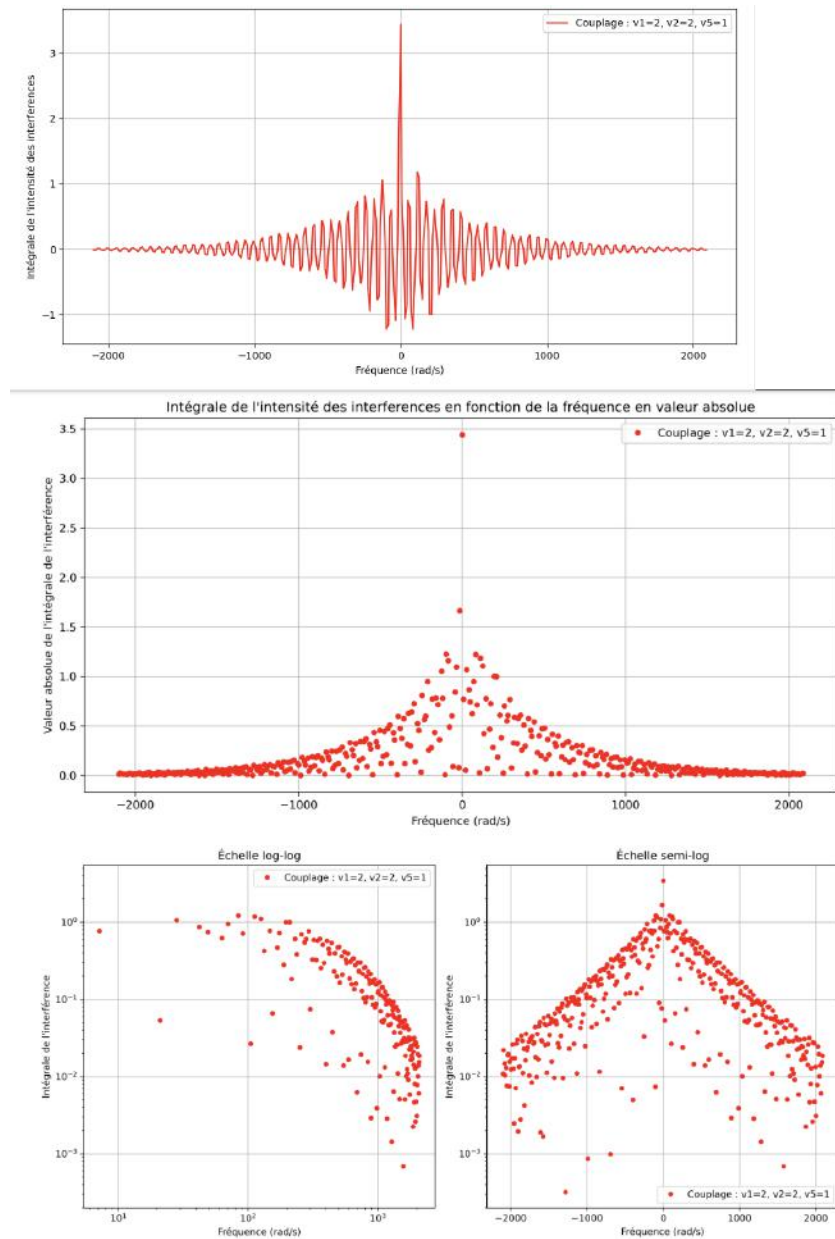


FIGURE 15 – Intensité d'interférence en fonction de la fréquence du second laser, pour un laser fixe à  $\omega_1 = 1$  rad/s, en présence d'un couplage au plus proche voisin et au cinquième voisin.

Par la suite, j'ai testé des couplages encore plus lointains. Toutefois, à mesure que l'on augmente ces interactions longue portée, les zones d'intégration définies pour calculer la «force» de l'interférence deviennent moins précises. Concrètement, les bandes d'énergie ne coïncident plus exactement avec les subdivisions fréquentielles établies dans

les sections précédentes 3.2, ce qui engendre une certaine incertitude dans l'évaluation de l'intensité. Les petites structures d'interférence sont alors moins susceptibles d'être «lissées» par l'intégration, ce qui augmente le bruit et donc diminue la résolution de l'analyse.

Malgré cela, *les interférences dominantes* reste visible dans tous les cas et conserve une forme exponentiellement décroissante. La figure 16 illustre ce point pour un couplage au plus proche voisin et au quinzième voisin; on y perçoit toujours, même si elle est moins nette, sur l'échelle semi-logarithmique les droites représentant la décroissance exponentielle de l'enveloppe d'interférence. En revanche, dans cette configuration, plus on va loin dans le couplage plus l'observation ce dégrade.

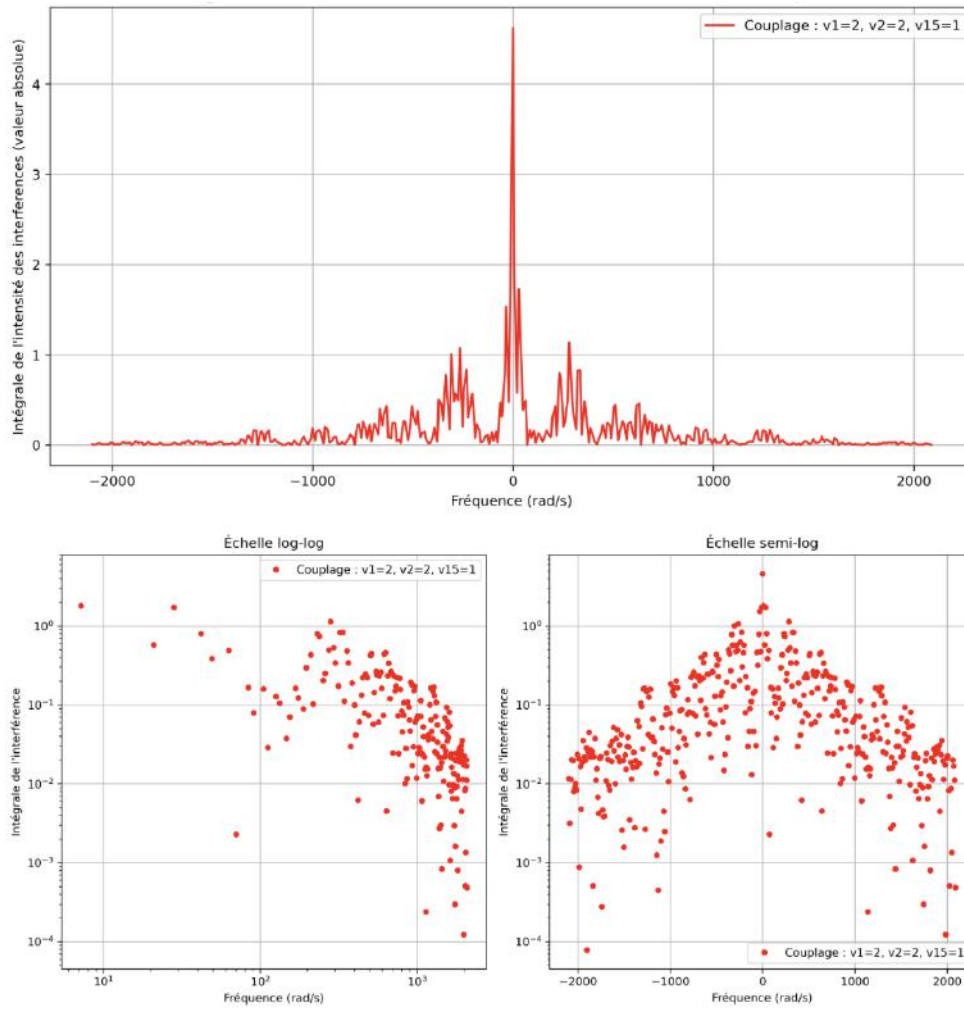


FIGURE 16 – Intensité d'interférence ( $R_{\text{interférence}, i}$ ) en fonction de la fréquence du second laser, pour un laser fixe à  $\omega_1 = 1$  rad/s et un couplage au plus proche voisin et au quinzième voisin.

Par ailleurs, j'ai exploré diverses autres configurations : **variations des valeurs de couplage, introduction de plusieurs interactions lointaines, différente valeur du laser fixe  $\omega_1$  etc...** Tous ces essais, qui ne peuvent pas tous être affichés ici, corroborent l'idée qu'une *enveloppe exponentielle* demeure. J'ai également tenté de réduire significativement le taux de perte  $\gamma$ . Comme on peut le voir sur la figure 17, où  $\gamma$  est abaissé à 0,01 (dix fois moins que dans les exemples précédents) tout en conservant un couplage au plus proche voisin et au neuvième voisin, l'allure exponentielle reste présente, bien que la résolution devienne plus bruitée.

En somme, malgré la multiplication des couplages longue portée ou la baisse du taux de perte, la décroissance exponentielle ne disparaît pas; elle tend plutôt à rester la caractéristique dominante des phénomènes d'interférence dans ce type de système.

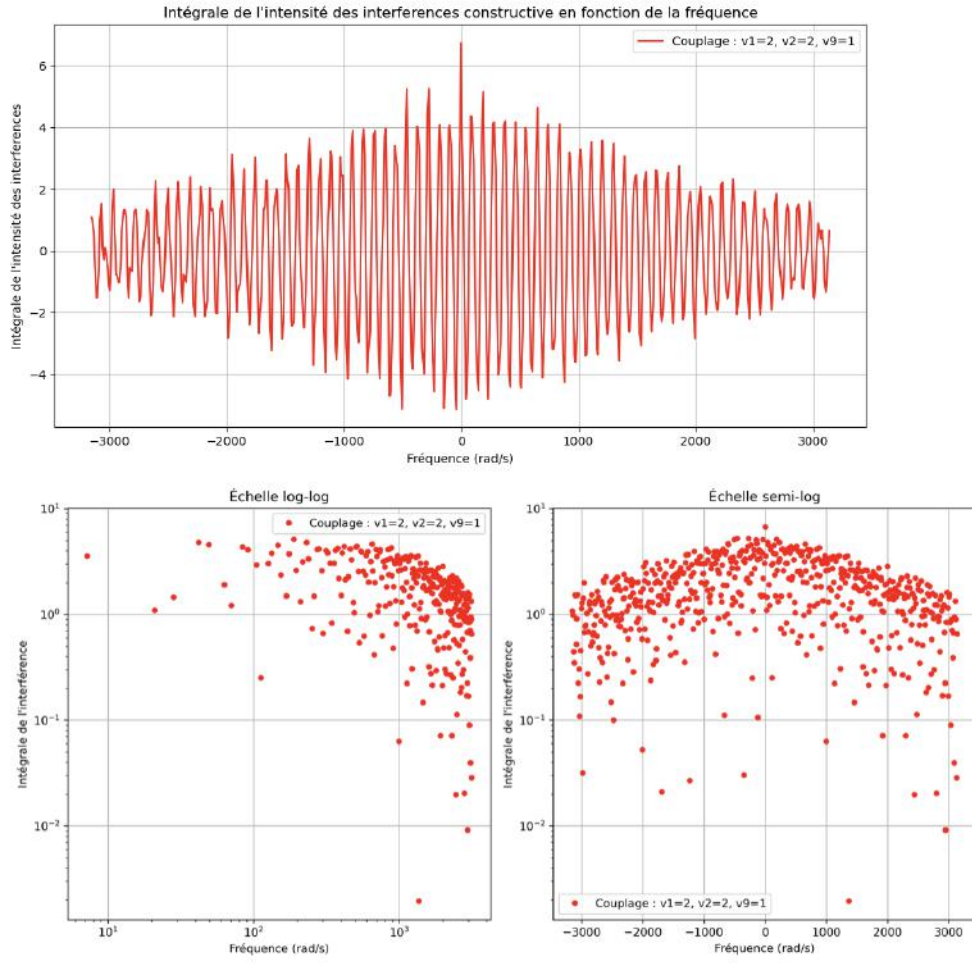


FIGURE 17 – Intensité d’interférence ( $R_{\text{interférence}, i}$  8) pour un laser fixe à  $\omega_1 = 1$  rad/s avec couplages au plus proche voisin et au neuvième voisin, et un très faible taux de perte  $\gamma = 0,01$ .

## 5 Conclusion

En conclusion, ce projet a permis d’explorer la dynamique engendrée par **deux lasers** dans des modèles de matière condensée couramment utilisé (principalement SSH). La particularité ici était que ces modèles sont construits en dimension synthétique.

Ce rapport a été construit de la même manière que mon avancement sur le projet, j’ai tout d’abord appris à comprendre le cadre théorique dans lequel j’allais travailler jusqu’au développement d’une théorie étendue à deux lasers. Ensuite j’ai décrit les *bandes d’énergie* du système, leur lien avec l’*Hamiltonien*, qui peut être modifié en y introduisant des jeux de couplages plus ou moins complexes et d’amplitude variés, de taille du réseau...ect. Ces modifications montrent la façon dont la topologie et la géométrie du réseau, ainsi que l’extension des couplages, influent sur les réponses en fréquence du système.

Ensuite j’ai montré l’existence d’un nombre *fini* de configurations pour deux lasers, compte tenu du fait que chaque laser doit appartenir à une bande (inférieure ou supérieure, site *A* ou *B*). Les symétries observées en simulation découlent de ces configurations et se traduisent par la répétition de motifs identiques, qui restent invariants dès lors que la configuration des bandes excitées ne change pas. Bien que cette partie ne soit pas d’un grand intérêt physique, elle a été essentielle pour ma compréhension du système.

Le projet est conclu sur l’objectif principal de ce projet qui était de comprendre les forces d’interférence selon la distance en fréquence et leur décroissance, plus précisément essayé d’observer une décroissance autre que l’exponentielle introduite par la perte de photons dans notre système. Sur la base de ces attentes, j’ai mis en œuvre une **métrique**

pour quantifier la «force» de l'interférence sur chaque site, en *intégrant localement* l'intensité d'interférence dans des zones de fréquences associées à chaque site. Cette technique permet de simplifier considérablement des spectres initiaux chargés de multiples pics secondaires, en ne conservant qu'une grandeur globale par site.

Les résultats numériques montrent qu'il subsiste une **décroissance exponentielle** lorsque l'on éloigne la fréquence du second laser de celle du laser principal, confirmant les prédictions antérieures.

D'un point de vue plus personnel, ce projet m'a été très bénéfique, notamment en tant que première immersion dans le domaine de la recherche en physique. Il m'a permis de comprendre l'importance de la communication, de la rigueur dans les analyses, et de l'utilisation d'outils quantifiables comme des métriques adaptées aux besoins spécifiques. Par ailleurs, j'ai également appris qu'il est essentiel, face à des phénomènes «impressionnants» ou «inattendus», de savoir prendre du recul. Cela implique de se poser les bonnes questions : ces observations sont-elles véritablement significatives ? Méritent-elles d'être approfondies ? Cette capacité à évaluer la pertinence des phénomènes observés me sera sûrement très utile pour la suite.

Finalement, pour conclure ce projet et envisager ses éventuelles prolongements, il est sûrement possible d'observer une décroissance en puissance plutôt qu'une décroissance exponentielle. Cela suppose toutefois, d'une part, de mieux comprendre la théorie qui sous-tend l'apparition d'un tel phénomène [5] et, d'autre part, de cibler des configurations propices à son apparition. Malheureusement, comme je n'ai abordé ce point que tardivement, je me suis contenté d'un simple balayage général des configurations susceptibles d'être pertinentes. Par ailleurs, la mise en évidence d'une décroissance en puissance étant freinée par le terme de perte, il faut minimiser autant que possible. Or avec un telle minimisation, il serait nécessaire d'augmenter considérablement la taille du réseau, pour observer clairement le décroissement, ce qui exige une forte puissance de calcul. Mon code étant déjà au maximum de l'optimisation et de la parallélisation permis en Python, cela nécessiterait sans doute d'être réécrit en C afin d'explorer davantage les domaines où les pertes sont faibles.

## Références

- [1] 1-d SSH model. <https://phyx.readthedocs.io/en/latest/TI/Lecture%20notes/1.html>
- [2] Documentation fournis par Philippe St-Jean : Presentation C2N / SSH fiber loops / Presentation IBM / Presentation Sherbrooke.
- [3] Gilbert Grynberg, Alain Aspect : Introduction to Quantum Optics : From the Semi-classical Approach to Quantized Light.
- [4] Henri Alloul : Introduction to the Physics of Solids States <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-13565-1>
- [5] Limits of photon-mediated interactions in one-dimensional photonic baths. <https://journals.aps.org/prapdf/10.1103/PhysRevA.102.013709>